

Title	角谷 静夫氏ノ手紙ヨリ
Author(s)	角谷, 静夫
Citation	全国紙上数学談話会. 205 p.426-p.431
Issue Date	1940-11-30
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74820
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

890. 角谷静夫氏ノ手紙ヨリ

9月16日 = プリンストン へ到着シマシタ (紐育上陸ハ9月2日)、プリンストン ハ大ヘン興持ノ良イ所デス、何モカモガ眼ニ入リマシタ。

Neumann = ハ最初ノ日ニ會ヒマシタ。(實ハ13日ニ一度宿ヲ決メ = プリンストン へ来マシタ) 13日ニ會フナリ直グ Haarノ Measureノ話ヲシマシタ。Group G ノ上ノ measure μ カ $x \rightarrow xa$ ナル transformationニ関シテ zero-invariant ナリ。且ツ product space $G \times G$ ニ於テ $\mu \times \mu$ ナル measure カ $(x, y) \rightarrow (xy, y)$ ナル transformationニ関シテ invariant ナレバ μ ハ $x \rightarrow xa$ ナル transformationニ関シテ invariant ナルト云フコトガ証明出来マス。(Neumann Halperinノ結果)。

証明 先ヅ $x \rightarrow xa$ カ zero-invariant ナルコトヨリ

$$\int f(x) dx = \int f(xa) w_a(x) dx$$

ナル如キ $f(x)$ = 無関係ナ $w_a(x)$ カ存在スル。ヨツテ任意ノ可積分ナ $f(x, y)$ = 対シテ

$$\begin{aligned} \iint f(x, y) dx dy &= \iint f(xy, y) dx dy = \iint f(xya, ya) w_a(y) dx dy \\ &= \iint f(xa, ya) w_a(y) dx dy = \iint f(xa, y) dx dy \end{aligned}$$

ヨリテ今 $f(x, y) = g(x)h(y)$, $\int h(y)dy = 1$ ト置ケ
 最左辺ト最右辺トヨリ $\int f(x)dx = \int f(xa)dx$, $f(x)$
 ハ任意ノ可積分函数ニ取レルカラ $x \rightarrow xa$ = 関シテ μ ハ
 invariant.

注意 シカシ $\mu \times \mu$ が $(x, y) \rightarrow (xy, y)$ = 関シテ
 invariant ト云フコトダケヨリハ必ずしも μ が $x \rightarrow xa$
 = 関シテ invariant デアルコトハ出ナイ。

Neumann = 紙上談話會ヲ見セタラ、コンナモノガ
 アルノカ、ト感心シテキマシタ。吉田サンノ Pythagorean
 ring ノコトヲ説明シテホシイト云フノデレシ説明シマ
 シタヲ、axiom ハドレダケカ、ト大ヘン氣ニシテキマシタ。
 シカシ Neumann = 云ハセルト abelian ring /
 場合ハ簡單デアマリ面白クナイノダサウデス。又 abelian
 デナイ時ハ大ヘンムツカシクテ、例ヘバ lattice / axiom ハ必ずしも
 満足サレナイノデス。實際 2 次ノ hermitian real matrix
 $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$ = 於テ $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$ が positive definite デアルトキ = ≥ 0
 デアルト云フコトニシマス。ト $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ナルニツノ matrix
 ノ max. ハ存在シナイノデス。何トナレバ 任意ノ x = 對シテ

$$\begin{pmatrix} 1+x^2 & x\sqrt{1+x^2} \\ x\sqrt{1+x^2} & 1+x^2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

トナルコトヨリ、若シ

$$\max \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$$

が存在シタトスレバ、

$$\begin{pmatrix} 1+x^2 & x\sqrt{1+x^2} \\ x\sqrt{1+x^2} & 1+x^2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

トナラネバナラナイ。シカル=コレヨリ任意, $x = \text{任意}$

$$1+x^2 \geq a \geq 1, \quad 1+x^2 \geq d \geq 1$$

$$(1+x^2-a)(1+x^2-d) \geq (x\sqrt{1+x^2}-b)^2$$

トナラネバナラナイが、先づ最初ノニツ=於テ $x=0$ トオケ

バ $a=d=1$. ヨツテ最後ノ式ハ

$$x^4 \geq (x\sqrt{1+x^2}-b)^2$$

$$\text{or } x^2 \geq |x\sqrt{1+x^2}-b| \quad \text{for every } x$$

トナル. $x=0$ トオケバ $b=0$ デナレバナラナイが

$$x^2 \geq x\sqrt{1+x^2}.$$

ハ明カ $= x > 0$ =テ成立シナイカラ、之レハ不可能ナル(証明終).

Bochner トモ語シマシタ。Bochner ハ Banach 空間ノ ergodic theory = 興味ヲ持ツテキル由。Proc. Nat. Acad. = 書イタ Bochner ノ論文 (lattice ノ値ヲ取ル函数 = 内スル ergodic theorem) ハ全然誤リダト Bochner ハ云ツテキマス。シカシ、コノ問題ニハ hope ヲ持ツテキルカライツカー緒ニ語リタイト云ツテキマシタ、又「ルックトモ今後5年間ハ lattice = 於ケル analysis ガ流行スル」ト云ツテキマシタ。Widder-

* $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix} \geq 0$ ナルキ $x = \text{任意}$ $\Rightarrow a \geq 0, d \geq 0, ad \geq b^2$ が必要且十分。

Feller Bernstein-Hille 流 / Laplace
integral = テ表ハセルタメノ條件ト云フ定理モ一般ノ
lattice ヲ行クサウデス。

Bohnerblust トハ (L_p) 空間ノ characterization
ノ話ヲシマシタ、Bohnenblust ノ結果ハ次ノ Duke
M.J. = 出マス。大ヘン旨イデスガ、イツカ吉田サント話シ
テキタノト大体同ジ様デス。Bohnenblust ハ $p = \infty$ /
場合モマツテキマス。(即チ abstract (M) space) が、
 $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq \dots \leq \bar{x}$ ナルトキ $\sup x_n$ が存
在スルト云フコトヲ假定シテキルノデ $0 \leq t \leq 1$ ノ conti-
nuous function $X(t)$ ノ空間 C ヲ含ミマセン。ヨツテ
大ヘン特殊ノモノナリマス。ユノ $p = \infty$ ノ場合ハ私ノ (AM)
ノ表現ノ結果ノ方が一般デ應用モヒロイワケデス。私ノ結果
ヲ興味ヲ持シテ聞イテクレマシタ。

Princeton = Banach 空間 = 興味ヲ持ツタ人
が多いノハウレシイデス。

Ambrose ト Halmos ノ二人ハ今年モキマス。二人
トモ Ergodic theorem & stochastic process =
興味ヲ持ツテキルノデ良イ話相手 = ナリマス。Lévy ノ本
ハムツカシイト云ツテキマス、例ノ $Q(l) \equiv 0$ カ又ハ $Q(l) \equiv 1$
ト云フ定理ノ証明カワカラナイト云フノヲ教ヘマシタ。Kol-
mogoroff ノロシア語ノ論文 (enumerable inh.
number of poss. state = 関スル例ノ論文) ヲ三人
ヲ読ムコト = ナリマシタ。アレヲ英語 = ホンヤク シア楽レル

人がアルノデス、僕ハ樋口君ニ譯シテモラッタノガ紙上談話會ニアルノデ大助カリデス。

Annals ハ大ヘン面白イデスネ。Bochner ノ論文ハ、イツカノ私ノ (AL) ノ表現ノ論文ト良ク似テキマスネ、Cohen ノ論文ハイツカ吉田サント話シ合ツタ結果ト全く同じデスネ、Krei-Smulian ノ論文ハ面白イデス、今ヨンデキマス、シカシ Weak topology ヲ用ヒルト、証明ハ大ヘン簡單ニナリ、殆ンド trivial ニナル所モアリマス (少クトモ chap. I ニハ)、コレハ悉ク調べテカラ、マトメテ書イテ見タイト思ツテキマス。

又、船ノ中デ (AM) ノ表現ノ定理ノ一部分ガ簡單ニナルノニ氣ガツキマシタ、コレモ次ニオ知ラセ申上げタイト思ヒマス。

最後ニ當地デ今問題ニナツテオル解ケナイ問題ヲニニオ知ラセ申上げマス。

(1) $f(x), g(x)$ が $0 \leq x \leq 1$ ニテ連続且ツ互ニ independent (Steinhaus ノイミ) デアレバ $f(x), g(x)$ ハ何レモ任意ノ interval $a \leq x \leq b$ ($0 \leq a \leq b \leq 1$) ニテ bounded variation デハナイ (Kac)

(2) \sum_n が independent ナトキ、任意ノ $\{a_n\}$ ニ對シテ $\sum_{n=1}^{\infty} (\sum_n - a_n)$ が alm. ev. div. ナラバ $Q(l) \equiv 0$ トナルコトラ 直接ニ簡單ニ証明スルコト。(Halmos)

(3) $0 \leq x, y \leq 1$ ナル square 内ノ measure ノ集合デ如何ナル $\sum + \prod$ (但シ \sum, \prod ノ濃度ハ何レモ

continuum) ナル形ノ集合ヲモ含マナイモノハ存在ス
ルカ。(Erdős)

(4) z_1, z_2, \dots, z_n が $|z| \leq 1$ ナル complex
number ナルトキ $\prod_{i=1}^n |z - z_i| \leq 1$ ナル z ノ範圍ハ單位
円ノ内クトモルツノ radius ヲ含ム。(Erdős)

(5) Banach 空間 E ガソノニ回目ノ conjugate
 E^{**} ト isometric ナラバ E ハ reflexive ナリ。
(Jakob)

御断り。—— 角谷氏ヨリノ私信デスガ「数学的」ダカラト南雲
教授ノ御スノメニヨリ適當ニ削ツテ出サセテ貰ヒ
マシタ。(吉田耕作)